МЕТОДИКА ВВЕДЕНИЯ ПОНЯТИЯ «ПРЕДЕЛА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ» И «ПРЕДЕЛА ФУНКЦИИ» В КЛАССАХ С УГЛУБЛЕННЫМ ИЗУЧЕНИЕМ МАТЕМАТИКИ

Одними из центральных вопросов курса алгебры старшей школы является изучение производной функции и ее приложений. Полноценное изучение производной важно начинать, хотя бы на описательном уровне, с понятием предела функции в точке. Предел функции и предел последовательности являются фундаментальными понятиями математики. Кроме математического и прикладного значения они несут в себе и культурологическую нагрузку, поэтому знакомство с ними является необходимым ученикам, изучающим математику в старшей школе. Полезно это и для тех, кто будет изучать сокращенный курс высшей математики, в котором эти понятия рассматриваются формально, основное внимание уделяется решению задач на вычисление пределов.

Рассмотрим методику введения понятий «предел последовательности» и «предел функции» в учебниках авторов А.Н. Колмогоров, А.Г.Мордкович, С.М. Никольский, Ю.М. Колягин, Ш.А. Алимова.

Существует несколько подходов к изучению «предела функции»:

1. метод на языке $(\varepsilon - \delta)$, при котором определение предела дается на языке $(\varepsilon - \delta)$, доказательство свойств и теорем о пределах ведется методом $(\varepsilon - \delta)$;

2. метод на языке последовательности.

При изучении могут реализовываться оба подхода: определение предела дается на языке $(\varepsilon - \delta)$, вводится понятие бесконечно малой, рассматривается теоремы о свойствах бесконечно малых, причем доказательство ведется методом $(\varepsilon - \delta)$, далее рассматриваются свойства пределов.

Определение предела функции А.Н.Колмогоров, С.М. Никольский, Ю.М. Колягин, Ш.А. Алимов используют формулировку по Коши следующим образом: «Число А называется пределом функции $f(x)$ при x, стремящемся к a (т.е. $\lim\limits_{x \to a} f(x) = A$), если для любого числа $\varepsilon > 0$ можно подобрать такое число $\delta > 0$, что $|f(x) - A| < \varepsilon$ для всех x, удовлетворяющее неравенству $0 < |x - a| < \delta$ ».

А.Г. Мордкович вводит «предел функции» методом бесконечно малых величинах на примере графика функции, где рассматриваются все возможные варианты поведения функции и примерные решения проблемы.

Лучший вариант изложения понятия «предела функции» в учебнике «Алгебры и начала анализа» С.М.Никольский «говорят, что пределом функции $y = f(x)$ при

$x \to +\infty$ является *A*, если из того, что *x* неограниченно возрастает, следует, что соответствующие значения функции $f(x)$ стремится к *A, т.е* $f(x) \to A$ при $x \to +\infty$.Это записывается так: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = A.$» Никольский С.М. говоря о пределе функции так же касается следующий определений: первый и второй замечательный предел, левый и правый предел, свойства предела функций, понятие непрерывности функции и непрерывность элементарных функций.

С понятием «предела последовательности» каждый из авторов А.Н.Колмогоров, С.М. Никольский, Ю.М. Колягин, Ш.А. Алимов учебников раскрывает по-своему. Исходя из этого можно выделить несколько подходов к изучению понятия.

1. с помощью формулировки Коши;
2. с помощью формулировки Гейне.

А.Н.Колмогоров в учебнике «Алгебра и начала анализа» формулирует определение понятия «предела последовательности» с помощью языка $(\varepsilon - \delta)$ такова: «Число *A* является пределом последовательности a_n , если существует номер *N*, такой, что при всех *n*>*N* верно неравенство $|a_n - A| < \varepsilon$» . Автор учебника говорит о том, что открывателем «предела последовательности» является Огюстен Луи Коши. Дает краткую историческую справку о нем, а так же дает доказательство на теорему о пределе суммы .

Используя формулировку Гейна в учебнике Ю.М. Колягин «Алгебра и начала математического анализа» трактует определение следующим образом: «Число а называется пределом последовательность $\{x_n\}$, если для каждого $\varepsilon > 0$ существует такой номер *N* , что для всех $n \geq N_\varepsilon$ выполняется неравенство $|x_n - a| < \varepsilon$». Рассматривается решенная задача на данное определение.

На наш взгляд, для учащихся наиболее доступно излагает вопрос о пределе последовательности не зависимо от профиля обучающихся А.Г.Мордкович «Алгебра и начала анализа» использует определение Коши. В учебнике рассматриваются такие определения: окрестность точки, радиус окрестности, расходимости и сходимости последовательности, свойства последовательности, вычисление последовательности, сумма бесконечной геометрической прогрессии.

После анализа учебников следующих авторов А.Н.Колмогоров, С.М. Никольский, Ю.М. Колягин, Ш.А. Алимов выбрать определенный один учебник для изучения понятий «предела последовательности» и «предела функции» для углубленного изучения математики не получается, поскольку в С.М. Никольский рассматривает понятие предел последовательности «хуже», нежели у А.Г Мордковича, а вот у Мордковича А.Г лучше раскрывается понятие «предела функции. Исходя из этого можно сделать вывод, что выбор учебника непосредственно зависит от преподавателя и от контингента, который будет обучаться в профиле с углубленным изучением математики.

Понятие последовательности и ее предела являются основными понятиями математического анализа. Они находят важнейшее применение в различных вопросах школьного курса.

Не используя указанных понятий нельзя достаточно строго и полно изложить в школе ряд вопросов алгебры и геометрии, например: вопросы о бесконечных десятичных дробях, о бесконечной прогрессии, о длине окружности, площади плоской фигуры, об объеме пирамиды и т.д.

Список литературы

1. Колмогоров А.Н., Алгебра и начала анализа: учеб.для 10-11 кл. сред.шк. – М.: Просвещение, 1990. – 320 с.
2. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. 10-11 кл.: В двух частях. Ч. 1: учеб. Для общеобразоват. учереждений. – 6-е изд. – М.: Мнемозина, 2005.- 375с.
3. Никольский С.М. Алгебра и начала анализа. 11 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни/ - 8 – е изд.- М.: Просвещение, 2009.- 464 с.
4. Алимов Ш.А., Алгебра и начала анализ: учеб. для 10-11 кл. общеобразоват.учереждений – 15-е изд. – М.: Просвещение, 2007.- 384с.